27 février 2007 Nom:

10h30–12h20

HST-10393 Examen 1

1. Pour chacun des énoncés, choisir dans la liste de mathématiciens celui qui correspond le mieux à l'énoncé. (Il est possible que le même nom soit la bonne réponse à plus d'une question.)
   La liste:

Al Khwarizmi	Apollonius	Archimède
Aristote	Bhaskara	Descartes
Eratosthène	Euclide	Euler
Fermat	Fibonacci	Gauss
Newton	Omar Khayyam	Oresme
Pell	Pythagore	Tartaglia
Thalès de Milet	Viète	Wallis

   (a) Mieux connu sous son surnom qui veut dire "le bègue", il est associé à la solution de l'équation cubique.

   Réponse:

   (b) On lui associe la formule

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9} \cdots$$

   Réponse:

   (c) Il est l'auteur du traité *Liber quadratorum* où l'on retrouve des résultats de théorie des nombres sur les carrés.

   Réponse:

   (d) Pour ce mathématicien grec, le nombre (l'unité) est la base de toute chose, et il ne conçoit pas les grandeurs autrement qu'en termes commensurables à l'unité.

   Réponse:

   (e) Ce Grec fait la distinction entre quantités discrètes et continues en distinguant nombres et grandeurs.

   Réponse:

La liste:

Al Khwarizmi	Apollonius	Archimède
Aristote	Bhaskara	Descartes
Eratosthène	Euclide	Euler
Fermat	Fibonacci	Gauss
Newton	Omar Khayyam	Oresme
Pell	Pythagore	Tartaglia
Thalès de Milet	Viète	Wallis

(f) Aussi théologien et philosophe, il est le plus célèbre mathématicien français du Moyen-Âge.

Réponse:

(g) Il résout les équations cubiques géométriquement en intersectant des coniques.

Réponse:

(h) Il a été le premier à donner la solution complète de l'équation de Pell.

Réponse:

(i) C'est dans un de ses écrits qu'on trouve pour la première fois le résultat à l'effet qu'il n'existe que 5 polyèdres réguliers.

Réponse:

(j) Le titre de l'un de ses traités est à l'origine du mot *algèbre*.

Réponse:

2. (a) Effectuez la multiplication 13×35 à la manière égyptienne.

(b) Trouvez la réciproque des nombres sexagésimaux 24 et 48.

(c) En considérant un rectangle de dimensions appropriées, donnez un argument géométrique à la manière babylonienne pour justifier la solution

$$x = \sqrt{(a/2)^2 + b} - a/2$$

de l'équation $x^2 + ax = b$.

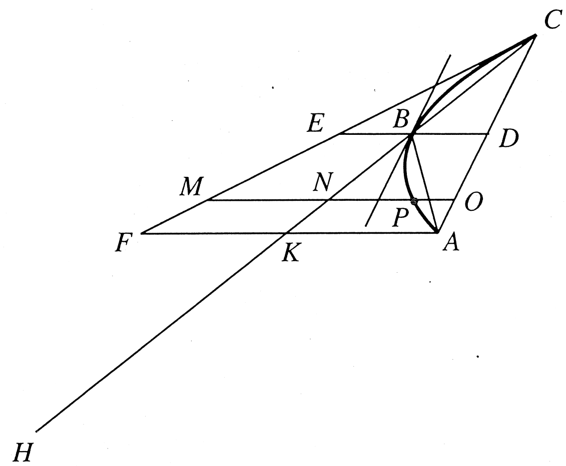
(d) En observant que $5 \cdot 4^2 + 1 = 9^2$, utilisez la méthode de Brahmagupta pour trouver une autre solution entière de l'équation

$$5x^2 + 1 = y^2.$$

3. (a) Vérifiez que si on ajoute 21 des deux côtés de l'équation $x^3+6 = 7x$, les deux membres se factorisent avec un facteur commun et utilisez ce résultat pour déterminer les trois solutions de l'équation.

(b) De façon plus générale, supposons qu'on veut résoudre l'équation $x^3 = px + q$ en ajoutant des deux côtés un terme r^3 de telle manière que les deux côtés aient le facteur $(x + r)$ en commun. Montrez qu'on est amené à résoudre une nouvelle équation cubique qui est irréductible si l'équation originale l'était.

4. (a) Dans la figure ci-dessous, quelle est l'aire du secteur parabolique ABC en termes de l'aire du triangle ABC?



Réponse:

(b) En vous référant à la figure et sans faire les calculs détaillés, expliquez comment Archimède a découvert la formule pour l'aire du secteur parabolique.

(c) Expliquez comment Archimède démontre son résultat d'une façon qu'il juge suffisamment rigoureuse. Sans donner les détails des calculs, précisez néanmoins les outils mathématiques qu'il a dû utiliser.